

基于样条二进小波的影子多尺度边缘检测*

朱 长 青

(郑州解放军测绘学院 郑州 450052)

杨 晓 梅

陶 大 欣

(中国科学院地理研究所 北京 100101)

(郑州解放军测绘学院 郑州 450052)

摘 要 基于样条函数理论和二进小波理论, 该文研究了影子的多尺度边缘检测的理论和方法及不同样条小波系数对边缘的影响, 并对遥感影子进行了实验, 得到了遥感影子的不同尺度的边缘。理论和实验结果表明, 基于样条二进小波的影子多尺度边缘具有良好的特性, 并可用于影子匹配等研究领域。

关键词 样条函数, 二进小波, 遥感影子, 多尺度, 边缘检测

1 引 言

在影子分析和处理中, 边缘是影子的最基本特征。边缘存在于目标与背景、目标与目标、区域与区域、基元与基元之间, 因此边缘是影子分割所依赖的最重要的特征, 也是纹理特征的重要信息源和形状特征的基础, 同时也是影子匹配的一个较好选择。

边缘检测已有许多研究^[1]。经典的边缘检测是以原始影子为基础的, 对影子的每个象素考察它的某个邻域内灰度的变化, 利用边缘邻近一阶或二阶方向导数变化规律用简单的方法来检测边缘。例如常用的梯度算子、Sobel 算子、Laplace 算子等。但是, 由于众多原因, 影子常常受到随机噪声的干扰, 而边缘的噪声在空间域表现为灰度有较大的起落, 在频域则反映为同为高频分量。在其上执行边缘检测的结果常常把噪声当做边缘点而检测出来, 而真正的边缘由于受噪声干扰而没有检测出来。近年来, 建立在多尺度分析基础上的边缘检测引起了人们的注意, 如 Canny 的多尺度边缘检测算法^[2]、基于小波的多尺度边缘检测算法^[3]等。而基于小波边缘检测方法由于良好的特性而更加引人注目。

小波分析是 80 年代中期发展起来的应用数学理论, 具有良好的时频局部化特征、尺度变化特征和方向性特征, 使得在影子处理、模式识别、计算

机视觉等众多学科领域取得了广泛的应用, 特别在信号的突变点检测方面具有好的效果。文献 [3] 中提出了利用小波进行边缘检测的基本思想, 但未对实际影子讨论。文献 [4] 利用正交小波变换提取了航空影子的边缘, 但没有尺度上的变化。且都未研究不同小波系数的影响。该文根据遥感影子的特点, 基于样条函数理论和二进小波变换理论, 研究了影子的多尺度边缘检测的理论和方法及不同小波系数对边缘的影响, 并对实际遥感影子进行了实验, 得到了遥感影子的多尺度边缘。结果表明, 基于样条二进小波的影子多尺度边缘具有良好的特性, 并可用于影子匹配等研究领域。

2 二进小波变换特征及样条小波系数

设 $\theta(x)$ 是一个平滑的函数 (如高斯函数), 且假设它是二次连续可微的, 令

$$\psi^a(x) = \frac{d\theta(x)}{dx}, \quad \psi^b(x) = \frac{d^2\theta(x)}{dx^2}$$

则 $\psi^a(x)$ 、 $\psi^b(x)$ 是小波函数。记 $\psi_s(x) = (1/s)\psi \cdot (x/s)$, $s > 0$, 则函数 $f(x)$ 关于 $\psi^a(x)$ 、 $\psi^b(x)$ 在尺度 s 下的连续小波变换分别为

$$\begin{aligned} W_s^a f(x) &= (f * \psi_s^a)(x) = \int_R f(u) \psi_s^a(x-u) du \\ &= s \frac{d}{dx} (f * \theta_s)(x) \end{aligned} \quad (1)$$

* 该文得到国家自然科学基金 (49571060) 资助, 并得到北京大学视觉与听觉国家实验室的资助。

收稿日期: 1996 年 11 月 15 日; 收到修改稿日期: 1997 年 3 月 24 日

$$W_s^b f(x) = (f * \psi_s^b)(x) = \int_R f(u) \psi_s^b(x-u) du$$

$$= s^2 \frac{d^2}{dx^2} (f * \theta_s)(x) \quad (2)$$

由此可见, 小波变换 $W_s^a f(x)$ 和 $W_s^b f(x)$ 正好是尺度 s 下平滑函数 $(f * \theta_s)(x)$ 的一阶导数和二阶导数。因此, 与 $W_s^a f(x)$ 的极值点对应的是 $W_s^b f(x)$ 的零点与 $(f * \theta_s)(x)$ 的拐点。图 1 正反映了这种关系。

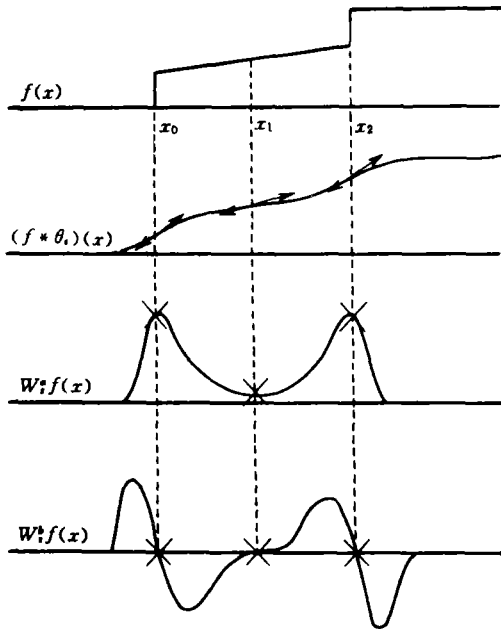


图 1 小波变换图

Fig.1 Wavelet transform

特别地, 当 θ 取 Gaussian 函数时, $W_s^b f(x)$ 的过零点检测正好是 Marr-Hildreth^[5] 的边缘检测算子, 而 $|W_s^a f(x)|$ 的极大值点检测对应着 Canny^[2] 的边缘检测算子。因此, 基于小波边缘检测更具有一般性。

由图 1 还可见, 采用极值点检测反映出信号变化大小, 极大值点反映了变化大的信号, 而过零点则无法区分这种变化。此外, 过零点仅给出位置信息, 而极值点还可以同时给出拐点的导数值, 特别是极大值点的值随尺度 s 变化可以用来刻划奇异点(如边缘、噪声点)的性质。因此, 利用极大值点检测边缘信息是一个较适宜的方法。

在二维情况, 设 $\theta(x, y)$ 是一个连续可微的平滑的函数, 定义二维小波函数如下:

$$\psi^1(x, y) = \frac{\partial \theta(x, y)}{\partial x}, \quad \psi^2(x, y) = \frac{\partial \theta(x, y)}{\partial y},$$

相应的连续小波变换为:

$$W_s^1 f(x, y) = (f * \psi_s^1)(x, y), \quad W_s^2 f(x, y) = (f * \psi_s^2)(x, y),$$

类似地, 有

$$\begin{bmatrix} W_s^1 f(x, y) \\ W_s^2 f(x, y) \end{bmatrix} = s \begin{bmatrix} \frac{\partial}{\partial x} (f * \theta_s)(x, y) \\ \frac{\partial}{\partial y} (f * \theta_s)(x, y) \end{bmatrix}$$

$$= s \nabla (f * \theta_s)(x, y),$$

取 $s = 2^j$, 有二维离散二进小波变换:

$$W_2^1 f(x, y) = (f * \psi_2^1)(x, y),$$

$$W_2^2 f(x, y) = (f * \psi_2^2)(x, y)$$

且

$$\begin{bmatrix} W_2^1 f(x, y) \\ W_2^2 f(x, y) \end{bmatrix} = s \nabla (f * \theta_2)(x, y).$$

二维离散二进小波变换可以通过滤波器的卷积运算来实现。记 $A * (H, L)$ 表示这样的运算, 图象的每一行与一维滤波器 H 作卷积, 再将结果的每一列与一维滤波器 L 作卷积。下面的算法中, D 是 Dirac 滤波器, 其脉冲响应或取 0 或取 1, G, H 分别是一维的高通和低通滤波器。它们是由适当的小波函数推导出来的, G_j, H_j 分别表示在 G 和 H 的相邻数间插入 $2^{j-1} - 1$ 个零而得到的离散的滤波器。

给定一个图象 $S_1 f$, 则有如下的算法:

$j = 0$, 当 $(j < J)$ {

$$W_{2^{j+1}}^1 f = S_{2^j} * (G_j, D); \quad W_{2^{j+1}}^2 f = S_{2^j} * (D, G_j);$$

$$S_{2^{j+1}} f = S_{2^j} * (H_j, H_j); \quad j = j + 1 \};$$

结束。

上述算法将图象 $S_1 f$ 分解到某一层 J , 得到了 $S_1 f$ 的一个多尺度表示: $(\{W_2^1 f, W_2^2 f\}_{1 \leq j \leq J}, S_2 f)$, 其中 $W_2^1 f$ 和 $W_2^2 f$ 分别是原图象的水平和垂直方向的高频(边缘)信息, 而 $S_2 f$ 是原图象的一个平滑的象。实际上 $(\{W_2^1 f, W_2^2 f\}_{1 \leq j \leq J}, S_2 f)$ 完备地描述原信号, 即由这些变换系数可以精确地重构原图象。此外, 二进小波在时间域上具有平移不变性; 因而其模值也具有平移不变性, 这在边缘检测时具有重要意义。

显然, 二进小波变换与滤波器的选取有关。根据样条函数理论, 我们得到了如下的四组样条二进小波系数¹⁾。

系数组 1, 尺度函数 φ 为关于原点对称的 3 次样条函数:

1) 朱长青, 小波分析理论. 应用模型与影像分析. 解放军测绘学院博士论文, 1997.

$$h_{-1} = 0.3750, h_0 = 0.375, h_1 = 0.375,$$

$$h_2 = 0.125, g_0 = -2.0, g_1 = 2.0,$$

其余 $h_i = 0, g_i = 0$.

系数组 2, 尺度函数 φ 为 1 次样条函数:

$$h_{-1} = 0.5, h_0 = 0.5, g_0 = -2.0,$$

$$g_1 = 2.0, \text{其余 } h_i = 0, g_i = 0.$$

系数组 3, 尺度函数 φ 为整数节点的 3 次 B 样条函数:

$$h_0 = 0.3750, h_1 = 0.2500, h_2 = 0.0625,$$

$$g_1 = 0.59261, g_2 = 0.10872, g_3 = 0.01643,$$

$$g_4 = 0.00008, h_n = h_{-n}, g_n = -g_{-n},$$

其余 $h_i = 0, g_i = 0$.

系数组 4, φ 为 2 次 B 样条系数:

$$h_1 = 0.3750, h_2 = 0.125, g_1 = 0.5798,$$

$$g_2 = 0.0869, g_3 = 0.0061, h_n = h_{-n}, g_n = -g_{-n},$$

其余 $h_i = 0, g_i = 0$.

3 基于样条二进小波的影象多尺度边缘检测算法

利用数字图象的离散二进小波变换, 可以得到尺度 2^j 下的图象表示 $(W_2^1 f, W_2^2 f, S_2 f)$, 由此, 可以建立该尺度下的边缘检测算法。

定义模为:

$$M_2 f(x, y) = \sqrt{|W_2^1 f(x, y)|^2 + |W_2^2 f(x, y)|^2}$$

幅角为:

$$A_2 f(x, y) = \arctg[(W_2^1 f(x, y)) / (W_2^2 f(x, y))].$$

与一维情况类似, 向量 $\begin{bmatrix} W_2^1 f(x, y) \\ W_2^2 f(x, y) \end{bmatrix}$ 的模取极大值的点对应函数 $(f * \theta_2)(x, y)$ (也即适用光滑后的图象) 的边缘点, 且 $W_2^1 f(x, y)$ 和 $W_2^2 f(x, y)$ 分别表示图象的水平和垂直方向的高频分量。在 (x_0, y_0) 处的梯度向量的方向指明了沿着这些方向的最大值, 而梯度方向的模的极大值对应着边缘。因此, 在 A_2 方向上给出模的局部极大值点, 即为图象的边缘点, 而 A_2 描述了边缘点的梯度方向。由此, 我们得到了梯度方向上模的极大值点, 从而极大值点给出了图象边缘的一个多尺度描述, 它们对应着图象的边缘。但由于实际计算中得到的是离散点。因此, 必须将各个不相连的离散局部极大值点连成极大值曲线, 为此, 我们将方向最接近, 且模值也大致相同的边缘点相连接, 从而得到图象的边缘链, 即得图象的边缘。

另外, (高斯白) 噪声的二进小波变换满足

$$E(|M_2 n(x, y)|^2) = \frac{\sigma^2(\|\psi^1\|^2 + \|\psi^2\|^2)}{2^j},$$

其中 E 是数学期望, σ^2 是 $n(x, y)$ 的方差, ψ^1, ψ^2 是小波函数, 由此可见, 当尺度增加一倍时, $E(|M_2 n(x, y)|^2)$ 平均减少一半, 所以在被噪声控制的点上, 多尺度边缘描述可以用来消除部分噪声的影响, 这也是二进小波下的多尺度边缘检测的优点之一。

此外, 基于二进小波边缘能重建原来的图象^[3], 这可用于图象压缩等问题的研究,

4 遥感影象边缘检测结果和讨论

遥感影象细部结构较多, 变化较复杂, 这给边缘检测带来困难。我们利用样条二进小波研究遥感影象的多尺度边缘检测。

如图 2 所表示的遥感影象研究了不同样条小波系数下的边缘。用边缘检测的方法, 在尺度 2 下得到了图 2 关于系数组 1—4 的边缘影象(图 3—6)。从中可见, 系数组 4 即基于二次样条的边缘具有好的效果。对其它影象的实验也表明, 系数组 4 也有好的效果。系数组 1、3 为 3 次样条函数, 系数组 2 为 1 次样条, 由此可见, 正是二次样条适中的光滑性、适中的支集长度, 使得其能有效地检测边缘。因此, 对于遥感影象, 宜用系数组 4 进行边缘检测。

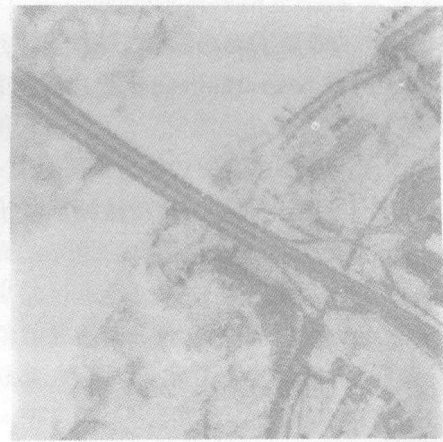


图 2 实验影象

Fig.2 Experiment image

我们利用系数组 4, 研究影象图 2 在不同尺度下的边缘, 其中图 7, 图 8 是图 2 在尺度 1、4 下的边缘影象, 图 2 在尺度 2 下的边缘见图 6。

从实验结果可见, 所得边缘能够很好地反映影

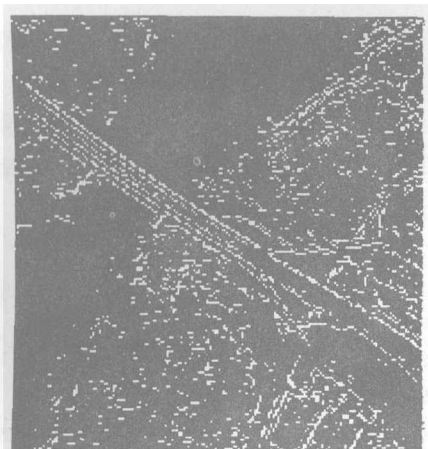


图 3 系数组 1 边缘
Fig.3 Edge of coff.1

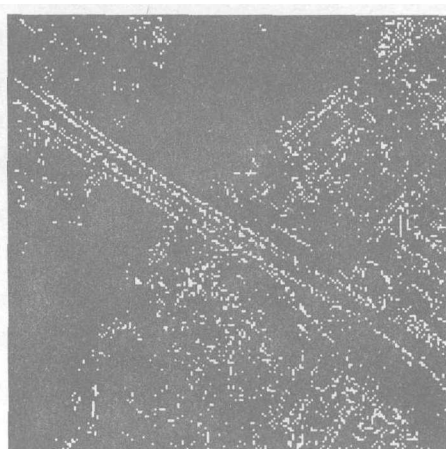


图 4 系数组 2 边缘
Fig.4 Edge of coff.2

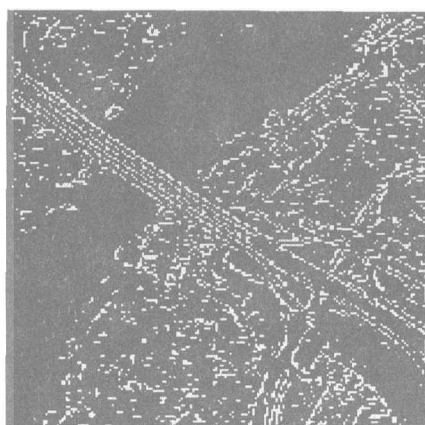


图 5 系数组 3 边缘
Fig.5 Edge of coff.3

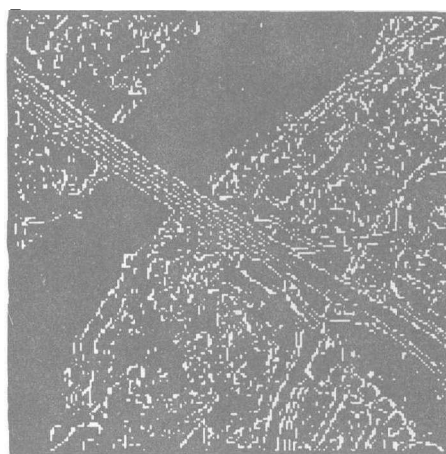


图 6 系数组 4 边缘
Fig.6 Edge of coff.4

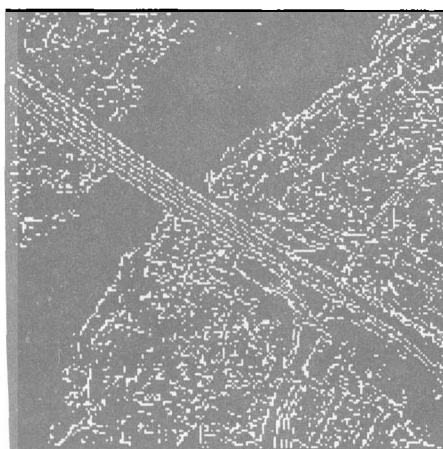


图 7 尺度 1 边缘
Fig.7 Edge of scale 1

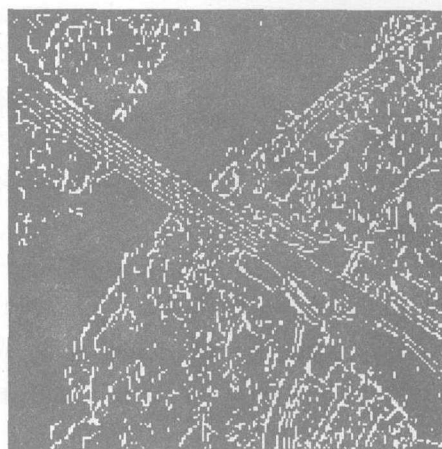


图 8 尺度 4 边缘
Fig.8 Edge of scale 4

象的边缘特征,随着尺度的增加,影象的小的细节逐步消失,大的轮廓逐步突出。因此,利用样条二进小波变换,可得到影象的具有尺度变化的性质良好的边缘。这些不同尺度的边缘,由于细节特征的不同,可用于不同问题的需要。在实际问题中,我们可以根据不同问题,选取不同尺度的边缘,以适应具体问题。

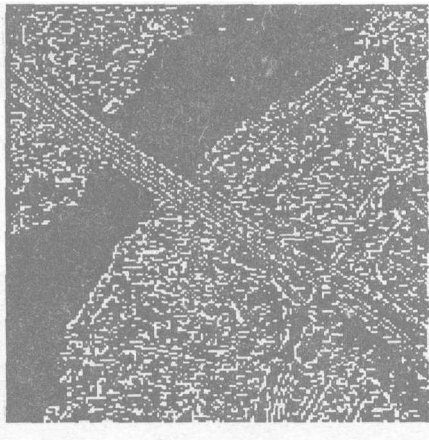


图9 梯度法边缘

Fig.9 Edge of ladder

另外,利用梯度算子,我们得到了图2所示的影象边缘(图9)。比较可见,利用二进小波所得的边缘能够更好地表示影象的边缘特征,具有更好的

效果。

综上所述,从理论和实验可见,基于样条二进小波变换的边缘具有尺度变化性、抗噪声、能够重构原来的影象、平移性好等优点。所得边缘可用于影象匹配、纹理分析、数据压缩等研究领域。

参 考 文 献

- [1] 徐建华. 图象分析和处理. 第一版, 北京: 科学出版社, 1992
- [2] Canny J. A Computational Approach to Edge Detection. *IEEE Trans. on PAMI*, 1986, 8: 679—698.
- [3] Mallat S., Sifen Zhong. Characterization of Signals from Multiscale Edges. *IEEE Trans. on PAMI*, 1992, 14(7).
- [4] 邵巨良, 李德仁. 小波理论及其在影象边缘检测中的应用. *测绘学报*, 1993(2).
- [5] Marr D., Hildreth. Theory of Edge Detection. *Proc. R. Soc. Lond. B207*, 1980, 187—217.

作 者 简 介

朱长青, 男, 1962年12月出生。1982年7月、1990年6月分别获郑州解放军测绘学院和郑州大学基础数学专业学士、硕士学位, 1997年1月获郑州解放军测绘学院地图制图专业博士学位。现为解放军测绘学院副教授, 主要从事应用数学、小波分析、图象处理和模式识别等方面的研究, 在《测绘学报》、《应用数学》等刊物及会议上发表论文40余篇。公开出版专著两本

Multi-scale Edge Detection of Image Based on Dyadic Wavelet

Zhu Changqing

(Zhengzhou Institute of Surveying and Mapping, 450052)

Yang Xiaomei

(Institute of Geography, Chinese Academy of Sciences, 100101)

Tao Daxin

(Zhengzhou Institute of Surveying and Mapping, 450052)

Abstract Based on spline function theory and dyadic wavelet theory, in this paper, theory and method of edge detection are studied and multi-scale edges of image are obtained. The results show that the edge has good property and can be used for matching of images.

Key words Spline function, Dyadic wavelet, Remote sensing, Multi-scale, Edge detection